Меркулов Павел Александрович

Подписан: Меркулов Павел Александрович
DN: C=RU, S=Орловская область, L=пгт. Орел, T=Директор, O=""СРЕДНЕРУССКИЙ ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ - ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ""РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ"", OU="ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ""РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ""", SNILS=00492216056, ИНН=575206486423, G=Павел Александрович, SN=Меркулов, CN=Меркулов Павел Александрович
Основание: я подтверждаю этот документ своей удостоверяющей подписью
Местоположение: Среднерусский институт управления

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
Среднерусский институт управления - филиал
ФАКУЛЬТЕТ «Факультет технологий, товароведения и сервиса»
КАФЕДРА «Математики и информационных технологий»

УТВЕРЖДЕНА
кафедрой «Математики и информационных технологий»
Протокол от «28» августа 2023 г.
№ 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.12 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки 39.03.01 Социология
Профиль подготовки: «Общая социология»
Квалификация: бакалавр
Форма обучения: очная
Год набора: 2023

2023 г.

Автор-составитель: кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры «Математики и информационных технологий» И.В. Гайдамакина

И. о . заведующего кафедрой «Математики и информационных технологий» доктор экономических наук, профессор Л.И. Малявкина

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы 4
3. Содержание и структура дисциплины 6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 34
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 36
6.1. Основная литература 36
6.2. Дополнительная литература 36
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы 37
6.4. Интернет-ресурсы 37
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 38

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.О.12 «Теория вероятностей и математическая статистика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

ОПК – 3 способен принимать участие в социологическом исследовании на всех этапах его проведения

Этапы освоения компетенций

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенций	Наименование этапа компетенции
ОПК – 3	способен принимать участие в социологическом исследовании на всех этапах его проведения	ОПК - 3.1	составляет концепцию, план и программу социологического исследования, принимает участие в организации полевой работы, анализирует и интерпретирует данные.

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть:

Результаты освоения компетенций

ОТФ	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
анализ данных с применением статистических методов и информационных технологий; описание, объяснение, прогнозирование социальных явлений и процессов на основе результатов фундаментального или прикладного социологического исследования	ОПК - 3.1	**– сформированы знания:** об основных понятиях теории вероятностей, математической статистики; о построении и анализе статистического распределения по выборочным данным. **– сформированы умения:** понимать специфику данных, используемых в математико-статистическом анализе; применять вероятностные методы анализа и моделирования социальных процессов; **– сформированы навыки:** владения основными практическими приемами проведения теоретико-вероятностного научного анализа проблем; математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.

2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Объем дисциплины

Вид учебных занятий и самостоятельная работа	Объем дисциплины (модуля), час.	
	Всего	Семестр (триместр), курс

			1	2	3	4	5	6	7	8
Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем, в том числе:		72		72						
лекционного типа (Л)		36		36						
лабораторные работы (практикумы) (ЛР)										
практического (семинарского) типа (ПЗ)		36		36						
контролируемая самостоятельная работа обучающихся (КСР)										
контактная внеаудиторная работа, в т.ч. проводимая в электронной информационно-образовательной среде (КВР)										
Самостоятельная работа обучающихся (СР) (с частичным применением ДОТ)		81		81						
Промежуточная аттестация	форма	Экзамен		Экзамен						
	час.	27		27						
Общая трудоемкость	(час./з.е.)	180/5		180/5						

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части (Б1О.12) подготовки бакалавров по направлению 39.03.01 «Социология» профиль «Общая социология».

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний по математике в рамках общеобразовательной школьной программы, а также в области высшей математики.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» реализуется после изучения следующих дисциплин: Б1.О.05 «Высшая математика».

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является предшествующей для дисциплин:

Б1.О.18 «Методы прикладной статистики для социологов»; Б1.В.11 «Анализ данных в социологии»; Б1.В.25 «Исследование социально-экономических и политических процессов».

3. Содержание и структура дисциплины

Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости, промежуточ-ной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
1	Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. Элементы комбинаторики.	25	6		6		13	О1, Т1
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность	25	6		6		13	О2, Т2
3	Повторные независимые испытания.	25	6		6		13	О3, Т3
4	Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ.	25	6		6		13	О4, Т4
5	Закон больших чисел и предельные теоремы	26	6		6		14	О5, Т5
6	Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики	27	6		6		15	О6, Т6, КР
Промежуточная аттестация		27						Экзамен
Всего:		**180/5**	**36**		**36**		**81**	

Примечание. Форма текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР).

Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. Элементы комбинаторики.

Понятия случайного события. Элементарные события. Сущность и условия применимости теории вероятностей. Классификация событий. Классическое, геометрическое, статистическое определения вероятности. Основные формулы комбинаторики.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Действия над событиями. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Тема 3. Повторные независимые испытания.

Схема повторных испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления событий. Локальная и интегральная теоремы Маувра-Лапласа. Формула Пуассона.

Тема 4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ

Случайные величины и их распределения. Функция распределения и её свойства. Дискретная случайная величина. Закон распределения. Математические операции над случайными величинами. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Основные законы распределения СВ.

Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы

Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

Тема 6. Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики

Основная задача математической статистики. Основные понятия. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Графическое изображение статистического распределения. Вариационные ряды и их характеристики

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

– при проведении занятий лекционного типа: опрос, тестирование;

– при проведении лабораторных работ: проверка выполненного задания, проверка отчета о лабораторной работе;

– при проведении практических занятий: проверка выполненного задания.

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств):

Экзамен по дисциплине **«Теория вероятностей и математическая статистика»** проводится в письменной форме в виде тестирования.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.

Типовые оценочные материалы по теме.
Вопросы для подготовки к опросу

Тема 1. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. Элементы комбинаторики.

1. Что изучает предмет теории вероятностей?
2. Какие события называются совместными, несовместными?
3. Какие события называются равновозможными?
4. Какие исходы называются благоприятными?
5. Что такое элементарные исходы?
6. Что называется полной группой событий?
7. Какие события называются противоположными?
8. Какие события называются независимыми, зависимыми?
9. Что такое сочетания, размещения и перестановки?
10. Основные правила комбинаторики.
11. Классическое, статистическое и геометрическое определения появления вероятности.

2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

1. Какое событие называется суммой событий, произведением событий?
2. Теоремы сложения вероятностей (формулировки и формулы).
3. Теоремы умножения вероятностей (формулировки и формулы).
4. Сформулировать теорему о полной вероятности появления события.
5. Каково назначение формулы Байеса.

Тема 3. Повторные независимые испытания.

1. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли.
2. Формула Бернулли.
3. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.
4. Локальная и интегральная теоремы Маувра-Лапласа.
5. Формула Пуассона.

6. В каких случаях для расчета вероятностей применяются формулы Бернулли. Муавра-Лапласа, Пуассона?

Тема 4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ.

1. Что такое случайная величина? Что называют законом распределения случайной величины?
2. Какая случайная величина называется дискретной случайной величиной? Что такое ряд распределения дискретной случайной величины?
3. Определение функции распределения случайной величины. Каковы основные свойства функции распределения случайной величины?
4. Какая случайная величина называется непрерывной случайной величиной? Что такое плотность распределения непрерывной случайной величины?
5. Каковы основные свойства плотности и функции распределения непрерывной случайной величины.
6. Числовые характеристики случайной величины. Что характеризуют эти характеристики?
7. Как определяется математическое ожидание случайной величины, каковы свойства математического ожидания?
8. Как определяется дисперсия случайной величины? Каковы свойства дисперсии?
9. Основные законы распределения дискретных случайных величин.
10. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.
11. Как определяется вероятность отклонения нормальной случайной величины от математического ожидания на заданную величину? В чем состоит правило «трех сигм»?

Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы.

1. Как оценить вероятность отклонения случайной величины от математического ожидания с помощью неравенства Чебышева?
2. Закон больших чисел Чебышева, теорема Бернулли. В каком случае говорят, что последовательность случайных величин удовлетворяет закону больших чисел?
3. Центральная предельная теорема (ЦПТ). Каковы основные следствия ЦПТ?

Тема 6. Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики.

1. Предмет математической статистики. Понятие генеральной совокупности. Выборка. Репрезентативность выборки. Виды выборок. Статистическое представление выборки.
2. Графическое представление выборки. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения, ее свойства.
3. Вариационный ряд. Средние величины.
4. Показатели вариации.
5. Упрощенный способ расчета средней арифметической и дисперсии.

Практические (*в форме опроса и решения задач)* **и лабораторные занятия по темам:**

Тема 1. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. Элементы комбинаторики.

Задачи для практического занятия:

Примеры решения задач:

1. На книжной полке стоят 3 книги по алгебре, 4 книги по геометрии и 5 книг по литературе. Сколькими способами можно взять с полки одну книгу по математике?

Решение. Книга по математике - это книга по алгебре **или** по геометрии. Применяем правило суммы: 3 + 4 = 7.

Ответ: **7.**

2. В меню имеется 4 первых блюда, 3 вторых и 2 третьих. Сколько различных полных обедов можно из них составить?

Решение. Полный обед состоит из первого, и второго, и третьего блюд.

По правилу произведения получаем 4´3´2 = 24 различных полных обеда.

Ответ: **24.**

3. В лотерее 1000 билетов, из них 700 невыигрышных. Какова вероятность выигрыша по одному приобретенному билету.

Решение:

Событие A – приобретен выигрышный билет

Число возможных исходов n=1000 – это общее число билетов в лотерее.

Число исходов, благоприятствующих событию A – это число выигрышных билетов, т.е., m=1000-700=300. По классическому определению вероятности: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{300}{1000} = 0{,}3$

Ответ: $P(A) = 0{,}3$.

4. В ящике находятся 6 синих и 8 белых шаров. Наудачу извлекают 3 шара. Найти вероятность того, что: а) выбраны только синие шары, б) выбрано 2 синих и 1 белый шар.

Решение:

а) Событие A – извлечено 3 синих шара.

Для отыскания вероятности события A воспользуемся классическим определением вероятности: $P(A)=\frac{m}{n}$

Число возможных исходов n – это число способов извлечения 3 шаров из имеющихся в ящике 14 шаров. Т.к. порядок извлечения шаров не важен, то такие комбинации представляют собой сочетания, т.е. $n=C_{14}^{3}=\frac{14!}{(14-3)!\cdot 3!}=\frac{14!}{11!\cdot 3!}=\frac{12\cdot 13\cdot 14}{1\cdot 2\cdot 3}=364$.

Число исходов, благоприятствующих событию A – число комбинаций из имеющихся 6 синих шаров по 3, равно $m=C_{6}^{3}=\frac{6!}{(6-3)!\cdot 3!}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=\frac{4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3}=20$.

Значит, $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{20}{364}\approx 0{,}055$

Ответ: $P(A)\approx 0{,}055$

Задачи для самостоятельного решения

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами №1, №2, ..., №10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превысит 5?
2. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами №1, №2, ..., №10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превысит 2?
3. Из 4000 деталей 1500 нестандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется стандартной.
4. Из 15 билетов, отмеченных цифрами от 1 до 15, наудачу вынимают один. Какова вероятность того, что вынутый билет будет с числом, не делящимся на 4?
5. Каждая из букв Н, Л, Т, Р, Е, И, А, Г написана на одной из восьми карточек, которые перемешаны. Какова вероятность того, что при вытягивании трех карточек в порядке выхода появится слово "тир".
6. Найдите число различных перестановок из букв, входящих в слово «академик».
7. Сколькими способами из 20 членов правления фирмы можно отобрать трех для замещения вакансий вице-президентов, отвечающих соответственно за производство, финансы, реализацию продукции?
8. Правление банка выбирает из 10 предложенных кандидатур 3 человека на одинаковые должности. Сколько возможных групп можно составить, если все кандидаты имеют равные шансы занять каждую должность?
9. Сколькими способами можно составить случайный список из 5-и кандидатов на выборную должность?

10. В магазин поступило 30 новых телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу отбирается один телевизор. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?
11. На катке каталось 8 девушек и 3 юноши. Через час 4 человека ушли с катка. Найти вероятность того, что с катка ушли 2 девушки и 2 юноши.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Задачи для практического занятия:

Примеры решения задач:

1. Брошены две игральных кости. Какова вероятность, что сумма очков на выпавших гранях будет не меньше 10?

Решение. В данном испытании фраза ≪не меньше 10≫ означает, что выпадет 10, или 11, или 12 очков. Все три эти события несовместны, поэтому вероятность их суммы равна сумме вероятностей. Из 36 исходов 3 будут благоприятствовать выпадению 10 очков. Это: (4,6); (5,5) и (6,4). 11 очков могут выпадать двумя способами: (5,6) и (6,5), а
12 очков - только одним способом. Итак, если обозначить *A* - выпадение в сумме 10 очков, *P(A)= 3/36*,
B - выпадение в сумме 11 очков, *P(B)=2/36*,
C - выпадение в сумме 12 очков, *P(C)=1/36*.
D - выпадение не меньше 10 очков.
P(D)=P(A) + P(B) +P(C)= 3/36 + 2/36 +1/36 = 6/36 =1/6.
Ответ: 1/6.

2. В двух ящиках находятся белые и черные шары, причем в первом ящике 30% белых шаров, а во втором 60% белых шаров. Наудачу из каждого ящика вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что среди них: а) два черных шара; б) один белый и один черный шар; в) хотя бы один черный шар.

Решение:

Рассмотрим события A_1 и A_2, состоящие в том, что из первого и второго ящика соответственно извлечен белый шар, тогда противоположные им события $\bar{A}_1$ и $\bar{A}_2$ заключаются в извлечении черного шара из первого и второго ящика соответственно.

По условию $P(A_1) = 0{,}3$ и $P(A_2) = 0{,}6$, тогда $P(\bar{A}_1) = 1–0{,}3 = 0{,}7$, $P(\bar{A}_2) = 1–0{,}6 = 0{,}4$.

а) Событие B – извлекли два черных шара

Событие B состоит в совместном наступлении событий $\bar{A}_1$ и $\bar{A}_2$, т.е. $B = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2$

Учитывая, что события $\bar{A}_1$ и $\bar{A}_2$ – независимые, по теореме умножения вероятностей для независимых событий, получим

$P(B) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$

б) Событие C – извлекли один белый и один черный шар

Событие C заключается в том, что из первого ящика извлекают белый шар, а из второго – черный, либо из первого ящика извлекают черный шар, а из второго белый. Т.о. $C = A_1 \cdot \bar{A}_2 + \bar{A}_1 \cdot A_2$

Учитывая, что события $A_1 \cdot \bar{A}_2$ и $\bar{A}_1 \cdot A_2$ – несовместные, то по теореме сложения вероятностей для несовместных событий, имеем

$P(C) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2 + \bar{A}_1 \cdot A_2) = P(A_1 \cdot \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2) = 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}54.$

в) Событие D – извлекли хотя бы один черный шар

Рассмотрим событие $\overline{D}$ противоположное событию D состоящее в том, что извлечены два белых шара, т.е. $\overline{D} = A_1 \cdot A_2$

$P(\overline{D}) = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}18$

$P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - 0{,}18 = 0{,}82.$

Ответ: $P(B) = 0{,}28$; $P(C) = 0{,}54$; $P(D) = 0{,}82$.

3. На первом заводе на каждые 100 изделий производится в среднем 90 стандартных изделий. На втором заводе на каждые 100 изделий – 95 стандартных и на третьем – 85 стандартных изделий. Продукция этих заводов составляет соответственно 50%, 30% и 20% всех изделий, поставляемых в магазин. Некто зашел в магазин и приобрел стандартное изделие. Найти вероятность того, что это изделие изготовлено на первом заводе.

Решение:

Событие A – приобретено стандартное изделие

Сформулируем гипотезы, при наступлении которых может произойти событие A:

Событие H_1 –изделие изготовлено на первом заводе

Событие H_2 –изделие изготовлено на втором заводе

Событие H_3 –изделие изготовлено на третьем заводе

По условию задачи $P(H_1) = \frac{50}{100} = 0{,}5$, $P(H_2) = \frac{30}{100} = 0{,}3$, $P(H_3) = \frac{20}{100} = 0{,}2$

$P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) = 1$, следовательно, гипотезы образуют полную группу

Для отыскания вероятности того, что приобретенное стандартное изделие изготовлено на первом заводе, воспользуемся формулой Байеса

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A)}{P(A)}$$

Условные вероятности ($P_{H_i}(A)$ – это вероятность приобретения стандартного изделия, выпущенного i-тым заводом)

$P_{H_1}(A) = \frac{90}{100} = 0{,}9$, $P_{H_2}(A) = \frac{95}{100} = 0{,}95$, $P_{H_3}(A) = \frac{85}{100} = 0{,}85$.

По формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + P(H_3) \cdot P_{H_3}(A)$$

$P(A) = 0{,}5 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 0{,}95 + 0{,}2 \cdot 0{,}85 = 0{,}905$

Тогда искомая вероятность $P_A(H_1) = \frac{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A)}{P(A)} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}9}{0{,}905} \approx 0{,}497$

Ответ: $P_A(H_1) = 0{,}497$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Пусть для некоторого стрелка вероятность попадания в область 1 мишени, изображённой на рисунке, равна 0,25, а вероятность попадания в область 2 – 0,15. Какова вероятность того, что стрелок попадёт либо в область 1, либо в область 2?
2. Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель для орудий соответственно равна 0,8; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы один снаряд попадет в цель.
3. Среди 17 студентов на студенческий вечер разыгрываются 7 билетов. Какова вероятность того, что среди обладателей окажутся 4 девушки, если в группе 8 девушек.
4. Три станка работают независимо друг от друга, причем вероятность бесперебойной работы первого станка - 0,8, второго - 0,9, третьего - 0,85. Какова вероятность бесперебойной работы всех трех станков в течение данного промежутка времени?
5. Магазин получает однотипный товар от трех поставщиков: 55% товара поступает от 1-го поставщика, 20% от 2-го и 25% от 3-го. Продукция, поступающая от 1-ого поставщика, содержит 5% брака, поступающая от 2-го поставщика — 6% брака, а поступающая от 3-го поставщика — 8% брака. Покупатель оставил в книге пожеланий покупателей жалобу о неудовлетворительном качестве приобретенного товара. Найти вероятность того, что плохой товар, вызвавший нарекания покупателя, поступил от второго поставщика.
6. Из 10 билетов, пронумерованных числами от 1 до 10, наудачу один за другим выбирают два билета (без возвращения). Найдите вероятность того, что номер первого билета чётный, а второго нечётный.
7. Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс с вероятностями 0,25; 0,35; 0,4. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира все билеты будут распроданы, равна для первой кассы 0,5; для второй - 0,3; для третьей - 0,2. Пассажир приобрел билет в одной из касс. Найти вероятность того, что это была первая касса.
8. Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны 0,6, 0,7 и 0,75. Найти вероятность того, что он успешно сдаст хотя бы два экзамена.
9. Имеются три ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали будут нестандартными.
10. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовлены отлично, 4 – хорошо, 2 – удовлетворительно и 1 – плохо. Имеется 20 вопросов, причем: отлично подготовленный студент может ответить на все, хорошо подготовленный – на 16, удовлетворительно

подготовленный – на 10 и плохо подготовленный – на 5. Найти вероятность того, что случайно выбранный студент сможет ответить на доставшийся ему вопрос

Лабораторная работа по теме 2. «Основы теории вероятностей»

Задача 1. В урне содержится K черных и L белых шаров. Случайным образом вынимают M шаров. Найти вероятность того, что среди них окажутся:

1) N белых шаров;
2) Меньше чем N белых шаров;
3) Хотя бы один белый шар.

Задача 2. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: n_1 с первого завода, n_2 со второго, n_3 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе p_1, на втором p_2, на третьем p_3. Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

Данные для выполнения заданий по вариантам выдаются преподавателем.

Тема 3. Повторные независимые испытания.

Примеры решения задач:

1. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит установленной нормы.

Решение:

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна p=0,75. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна $q = 1 - p = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$. Искомая вероятность по формуле Бернулли равна

$$P_6(4) = C_6^4 \cdot (0{,}75)^4 \cdot (0{,}25)^{6-4} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot (0{,}75)^4 \cdot (0{,}25)^2 = 0{,}3$$

Ответ: 0,3.

2. Вероятность заболеть гриппом в период эпидемии равна 0,35. Найти наивероятнейшее число заболевших из 60 сотрудников фирмы.

Решение:

Вероятность того, что человек заболеет гриппом в период эпидемии, равна p=0,35. Следовательно, вероятность не заболеть, равна $q = 1 - p = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$. Наивероятнейшее число заболевших из 60 сотрудников фирмы найдем по формуле (6.2):

$n \cdot p - q \le m_0 \le n \cdot p + p$

$60 \cdot 0{,}35 - 0{,}65 \le m_0 \le 60 \cdot 0{,}35 + 0{,}35$ или $21 - 0{,}65 \le m_0 \le 21 + 0{,}35$

Следовательно, $20{,}35 \le m_0 \le 21{,}35$.

Откуда $m_0 = 21$.

Ответ: наиболее вероятно, что заболеет 21 сотрудник фирмы.

3. В некотором городе в среднем на 80 автомобилях из 100 установлена сигнализация. Найти вероятность того, что из 400 автомобилей 300 оснащены сигнализацией.

Решение:

По условию задачи n·= 400, m=300.

Вероятность того, что на автомобиль установлена сигнализация, равна p=0,8, тогда $q = 1 – p = 1 – 0,8 = 0,2$

Т.к. n·= 400 – достаточно велико, npq=100·0,8·0,2=64≥20, то применяем локальную формулу Муавра-Лапласа.

$$x = \frac{300 - 400 \cdot 0,8}{\sqrt{400 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = \frac{300 - 320}{\sqrt{64}} = \frac{-20}{8} = -2,50$$

По таблице приложения 1, учитывая свойства малой функции Лапласа, находим $\varphi(-0,25) = \varphi(0,25) = 0,0175$

Тогда по формуле (6.4) имеем:

$$P_{400}(300) \approx \frac{0,0175}{\sqrt{400 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = \frac{0,0175}{8} \approx 0,0022$$

Ответ: 0,0022.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вероятность выигрыша по одному билету лотерее равно 0,2. Какова вероятность того, что из шести приобретенных два билета окажутся выигрышными? Какова вероятность того, что из данного числа выиграет от двух до четырех билетов?
2. Вероятность совершения покупки товара в магазине для отдельного лица равна 0,9. Определить вероятность того, что в результате 600 посещений магазина будет сделано от 520 до 535 покупок.
3. В магазин отправлено с базы 4000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути 0,0005. Найти вероятность того, что в магазин прибудут от 3 до 5 испорченных деталей.
4. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что для запуска двигателя придется включать зажигание не более трех раз.
5. Вероятность заболевания гриппом во время эпидемии равна 0,4. Найти наивероятнейшее число заболевших из 8 сотрудников фирмы и соответствующую вероятность.
6. В магазин вошли 8 покупателей. Найти вероятность того, что три из них совершат покупки, если вероятность совершить покупку для каждого равна 0,3.
7. Относительная частота работников предприятия, имеющих высшее образование, равна 0,15. Определить число работников, имеющих высшее образование, если всего на предприятии работает 40 человек.

8. Для каждого троллейбуса вероятность того, что он работает в данный момент, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы один троллейбус из трех.
9. Вероятность того, что при сортировке изделий одно из них будет разбито, равна 0,005. Найти вероятность того, что из 200 изделий разбитыми окажутся не более двух изделий.

Лабораторная работа по теме 3. «Повторные независимые испытания».

Задача 1. В каждом из **N** независимых испытаний событие *A* происходит с постоянной вероятностью **p**. Найти вероятность того, что событие *A* происходит:

а) точно k_1 раз;

б) меньше чем k_2 и больше чем k_1 раз;

в) больше чем k_2 раз.

Задача 2. Телефонный коммутатор обслуживает **n** абонентов. Для каждого абонента вероятность позвонить в течение часа равна **p**. Найти вероятность того, что в течение часа позвонят на коммутатор:

а) **m** абонентов;

б) не менее **m +1** абонентов.

Данные для выполнения заданий по вариантам выдаются преподавателем.

Тема 4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ.

Задачи для практического занятия:

Примеры решения задач:

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,15	0,1	0,25	p_4	0,3

Найти: 1) вероятность p_4, 2) $P(1 \le X < 4)$.

Решение:

1) $\sum_{i=1}^{5} p_i = 1$, тогда $p_4 = 1 - (0{,}15+0{,}1+0{,}25+0{,}3) = 0{,}2$ и ряд распределения данной случайной величины имеет вид:

X:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,15	0,1	0,25	0,2	0,3

2) $P(1 \le X < 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) = 0{,}1+0{,}25+0{,}2=0{,}55$

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины:

X:

x_i	1	2	4
p_i	0,4	0,1	0,5

Найти и построить ее функцию распределения.

Решение: Будем задавать различные значения x и находить для них $F(x) = P(X<x)$

1) если $x \le 1$, то $F(x) = P(X<x) = 0$;
2) если $1<x \le 2$, то $F(x) = P(X=1) = 0{,}4$;
3) если $2<x \le 4$, то $F(x) = P(X=1)+P(X=2) = 0{,}4+0{,}1 = 0{,}5$;
4) если $x>4$, то $F(x) = P(X=1)+P(X=2)+P(X=3) = 0{,}4+0{,}1+0{,}5 = 1$;

Таким образом, функция распределения данной дискретной случайной величины имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x \le 1,\\ 0{,}4 & при\ 1 < x \le 2,\\ 0{,}5 & при\ \ 2 < x \le 4,\\ 1 & при\ x > 4.\end{cases}$$

Построим график функции распределения:

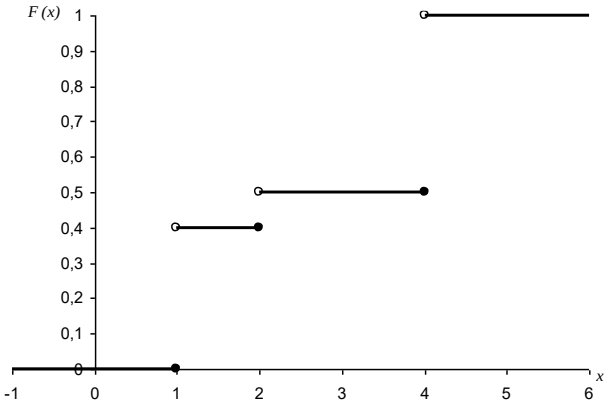


Рис 7.2. Функция распределения.

3.Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X:

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,15	0,25	0,25	0,15	0,1

Найти математическое ожидание $M(X)$.

Решение:

По формуле (7.3) $M(X)=\sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p_i$

$M(X) = 1\cdot0{,}1+2\cdot0{,}15+3\cdot0{,}25+4\cdot0{,}25+5\cdot0{,}15+6\cdot0{,}1 =$
$0{,}1+0{,}3+0{,}75+1+0{,}75+0{,}6=3{,}5$

Ответ: $M(X) = 3{,}5$

Задачи для самостоятельного решения

1. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один приз размером 5 000 рублей и 10 призов по 1 000 рублей. Составить закон распределения случайной величины X – размера возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета. Построить многоугольник распределения.
2. Среди 10 патронов 8 боевых, остальные – холостые. Наугад берут 2 патрона. Найти закон распределения случайной величины равной числу боевых патронов среди взятых.

3. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	2	4	5	6
p_i	0,5	0,1	0,3	p_4

Найти вероятность p_4, найти и построить функцию распределения данной случайной величины.

4. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые посетит студент в поисках книги, если в городе 4 библиотеки. Построить многоугольник распределения.
5. В коробке имеются 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Необходимо: а) найти закон распределения случайной величины X равной числу красных карандашей в выборке; б) построить многоугольник распределения; в) найти вероятность события $0<X\leq 2$.
6. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

x_i	2	4	5	6
p_i	p_1	0,1	0,4	0,2

7. Найти вероятность p_1, математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), среднее квадратическое отклонение σ(X).
8. Случайная величина задана рядом распределения:

X:

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	p_2	0,4	0,2	0,1

Найти: а) вероятность p_2; б) вероятности $P(X<2)$, $P(X\geq 4)$, $P(2\leq X\leq 4)$; в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы..

Примеры решения задач:

1. Оценить вероятность того, что в течение ближайшего дня потребность в воде в населенном пункте превысит 150 000 л, если среднесуточная потребность в ней составляет 50 000 л.

Решение. Используя неравенство Маркова в виде $P(X\geq\varepsilon)\leq\frac{M(X)}{\varepsilon}$, получим $P(X\geq 150\,000)\leq\frac{50\,000}{150\,000}=\frac{1}{3}$.

Ответ: $P(X\geq 150\,000)\leq\frac{1}{3}$.

2. При контрольной проверке изготавливаемых приборов было установлено, что в среднем 15 шт. из 100 оказывается с теми или иными дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 400 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от математического ожидания этой доли не более чем на 0,05.

Решение. Воспользуемся неравенством

$$P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)\geq 1-\frac{pq}{n\varepsilon^2}$$.

По условию $n=400$, $\varepsilon=0,05$. В качестве Р возьмем величину, полученную при проверке для доли брака $p=\frac{15}{100}=0,15$.

Итак, $P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<\varepsilon\right)\geq 1-\frac{0,15\cdot 0,85}{400\cdot 0,05^2}=0,8725$.

Ответ: $P\geq 0,8725$.

Тема 6. Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики.

Задачи для практического занятия:

Примеры решения задач:

1. Путем опроса получены следующие данные (*n*=20):

2 4 2 4 3 3 3 2 0 6

3 3 1 1 2 3 1 4 3 1

Составить вариационный ряд, предварительно записав ранжированный ряд вариантов.

Решение:

Отсортируем данные опроса по величине и расположим их в порядке возрастания:

0 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 6

Составим вариационный ряд, записав в первую строку таблицы наблюдаемые значения (варианты), а во вторую соответствующие им частоты (таблица 1)

Таблица 1.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6	Σ
Частоты *ni*	1	4	4	7	3	1	20

Ряд распределения относительных частот (частостей) будет иметь вид:

Таблица 2.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6	Σ
Частости *wi*	1/20	4/20	4/20	7/20	3/20	1/20	1

2. По данным примера 1 составить ряд распределения накопленных частот.

Решение:

В первую строку таблицы запишем наблюдаемые значения, а во вторую накопленные частоты (таблица 3)

Таблица 3.

Варианты *xi*	0	1	2	3	4	6
Накопленные частоты *ni нак*	1	5	9	16	19	20

Задачи для самостоятельного решения

1. Имеются следующие данные о числе сотрудников юридических отделов 30 фирм:

8, 3, 2, 9, 6, 4, 8, 7, 3, 5, 3, 7, 2, 8, 6, 4, 5, 2, 6, 3, 9, 8, 6, 4, 7, 5, 9, 4, 3, 2.

Необходимо:1) составить вариационный ряд (статистическое распределение выборки), предварительно записав ранжированный дискретный ряд вариантов;

2) составить ряд распределения относительных частот (частостей); 3) построить полигон частот, кумуляту и эмпирическую функцию распределения.

2. Дано распределение студентов экономического факультета по результатам сдачи экзамена по дисциплине «Социология»:

xi	2	3	4	5
ni	3	19	16	12

Необходимо:1) построить полигон частот, кумуляту и эмпирическую функцию распределения; 2) найти: а) среднюю арифметическую x , б) медиану *Me* и моду *Mo*, в) дисперсию *s2*, г) среднее квадратическое отклонение *s*, д) коэффициент вариации *V*; 3) пояснить смысл полученных результатов.

Контрольная работа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Работа оформляется в любом исполнении (рукописном, компьютерном), графики строятся вручную. Работа должна содержать все необходимые пояснения и выводы. Формулы должны содержать расшифровку принятых обозначений. Страницы должны быть пронумерованы. Выполняется по индивидуальным вариантам (Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списке группы).

Задача 1. Путем наблюдения получены следующие *n* значений признака *X*. Необходимо:

1) Составить вариационный ряд (статистическое распределение выборки), предварительно записав ранжированный дискретный ряд вариантов.

2) Построить полигон частот и кумуляту.

3) Составить ряд распределения относительных частот (частостей).

4) Найти и построить эмпирическую функцию распределения

5) Найти основные числовые характеристики вариационного ряда (использовать упрощенные формулы для их нахождения): а) среднюю арифметическую $\bar{x}$, б) медиану *Me* и моду *Mo*, в) дисперсию s^2, г) среднее квадратическое отклонение *s*, д) коэффициент вариации *V*.

6) Пояснить смысл полученных результатов.

Задача 2. По имеющимся данным необходимо:

1) Построить интервальный вариационный ряд.

2) Вычислить среднюю выборочную и выборочную дисперсию

3) Найти среднее квадратическое отклонение, и коэффициент вариации.

4) Построить гистограмму частот распределения.

Исходные данные к заданию 1 (вариант 0)

(n = 70)

7 0 2 5 3 2 2 6 2 4
1 2 2 3 0 4 5 6 2 0
6 2 4 5 3 0 1 0 1 3
2 5 6 0 1 2 2 5 2 1
0 1 4 3 2 2 5 2 3 6
4 2 2 1 0 3 5 6 3 3
2 2 2 0 1 4 1 0 2 3

Исходные данные к заданию 2 (вариант 0)

Среднемесячный размер социальной поддержки (льгот) по оплате жилого помещения и коммунальных услуг на одного пользователя в ряде регионов России в 2013 г. (руб.)

223	199	229	412	311	501	393	292
259	254	246	241	360	318	266	469
312	131	249	362	276	456	398	318
228	198	257	344	326	558	236	242
334	435	186	536	352	384	267	344

Данные для выполнения заданий по вариантам выдаются преподавателем.

Типовые тестовые задания по темам

Тема 1. Основные понятия ТВ. Случайные события. Вероятность. Элементы комбинаторики.

1. Комбинации, содержащие все элементы множества, отличающиеся друг от друга лишь порядком следования различных элементов, называются
   а) сочетаниями;
   б) размещениями;
   в) размещениями с повторениями
   г) перестановками.

2. Рабочую группу в составе 2-х человек с одинаковыми обязанностями из 3-х работающих юристов можно сформировать таким числом способов:
   а) 2; б) 3; в) 6; г) 8.

3. Если наступление одного события не исключает появление другого, то такие события называются:
   а) совместными;
   б) зависимыми;
   в) несовместными;
   г) независимыми.

4. Вероятность достоверного события равна:

а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) 2; г) 0.

5. В группе, состоящей из 7-и девушек и 9-и юношей, случайным образом назначается дежурный. Вероятность того, что будет назначена девушка равна:

а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{1}{16}$; в) $\frac{7}{16}$; г) $\frac{7}{9}$.

6. Среди перечисленных событий достоверным является:

а) выпадение четного числа на верхней грани игрального кубика;
б) выпадение целого числа очков на верхней грани игрального кубика;
в) делимость числа очков на верхней грани игрального кубика на 2;
г) выпадение нечетного числа очков на верхней грани игрального кубика.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

7. В урне 8 белых, 5 синих и 2 красных шара. Вероятность того, что вынутый шар будет синего или красного цвета равна:

а) $\frac{13}{15}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{2}{45}$; г) $\frac{7}{15}$.

8. Если наступление одного события не изменяет вероятности появления другого, то такие события называются:

а)совместными;
б)зависимыми;
в)несовместными;
г)независимыми.

9. Вероятность совместного наступления двух независимых событий определяется как:

а) $P(A \cdot B) = P(A) + P(B)$;
б) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$;
в) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) - P(A)$;
г) $P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A+B)$.

10. Опыт состоит в последовательном бросании двух монет. Среди перечисленных ниже пар событий укажите независимые:

а) выпадение герба на первой монете и выпадение хотя бы одной цифры;
б) выпадение герба на первой монете и выпадение герба на второй монете;
в) выпадение хотя бы одного герба и выпадение хотя бы одной цифры;
г) выпадение хотя бы одного герба и выпадение герба на второй монете.

11. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка – 0,5, а для второго – 0,7. Вероятность того, что оба стрелка попадут одновременно в мишень равна:

а) 0,35; б) 1,2; в) 0,12; г) $\frac{5}{7}$.

12. Сумма вероятностей событий A_1, A_2, …..A_n образующих полную группу, равна:

а) 1; б) 0; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{6}$

13. В ящике находятся 3 белых и 2 черных шара. Из ящика по очереди извлекаются два шара. Вероятность того, что первый из взятых шаров белый, а второй – черный равна:

а) $\frac{19}{25}$; б) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{6}{25}$; г) 1.

14. Формула полной вероятности имеет вид:

а) $P(A)=\frac{P_{H_i}(A)}{P(A)}$;

б) $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P_{H_i}(\grave{A})$;

в) $P(A)=\frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(A)}$;

г) $P(A)=P(H_i)P_{H_i}(A)$.

Тема 3. Повторные независимые испытания.

15. Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна…. а) 0,0081 б)0,071 в)0,0091 г) 0,0060

16. Каково наивероятнейшее число годных деталей среди 15 проверенных отделом технического контроля, если вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,7? а) 9; б) 10;. в) 11

17. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,2. Наиболее вероятное число опоздавших среди 30 пассажиров равно:

а) 6; б) 3; в) 7; г) 5

Тема 4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ.

18. Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исходов испытания принимает то или иное значение:

а) Не зависящее от случая.

б) Зависящее от случая.

19. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,2	0,1	0,3	p_4

Вероятность p_4 равна:

а) 0; б) 0,3; в) 0,4; г) 1.

20. Математическое ожидание дискретной случайной величины заданной рядом распределения

x_i	-2	1	3

p_i	0,2	0,5	0,3

равно:

а) 1; б) 2; в) 1,8; г) 0.

21. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	1	3	5	7
p_i	0,35	0,25	0,1	0,30

Тогда вероятность $P(1 \le X \le 5)$ равна:

а) 0,7 б) 0,35 в) 0,6 г) 0,25

Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы.

22. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,05. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом отказов за время t окажется меньше 2.

а) P=0; б) P=1; в) P=0,5; г) P>0,88 .

23. Длина изготовляемых изделий является случайной величиной, среднее значение которой равно 90 см, а дисперсия этой величины равна 0,0225. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что длина изделия выразится числом, заключенным между 89,7 и 90,3.

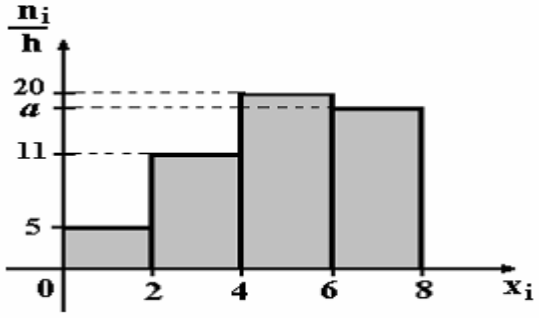
а) P=0; б) P=1; в) P=0.5; г) P>0,75.

Тема 6. Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики.

24. Мода вариационного ряда 1,2,4,5,6,6,8 равна

а) 5 б) 6 в) 1 г) 8

25. По выборке объема n=100 построена гистограмма частот:



Тогда значение a равно:

а) 13 б) 64) в)14 г) 15

26. Выборочной называют совокупность:

а) случайно отобранных объектов; б) для статистического исследования;

в) бесповторного отбора; г) объектов, специально отобранных для статистического исследования.

27. Путем наблюдения получены следующие 25 значений признака *X*:

0 4 2 0 5 1 1 3 0 2 2 4 3 2 3 3 0 4 5 13 1 5 2 0

Для данной выборки медиана *Me* равна: а) 3; б) 2; в) 1; г) 0.

28. Коэффициентом вариации называют:

а) коэффициент исправленной дисперсии; б) множитель в уравнении линии регрессии; в) среднее арифметическое абсолютных отклонений;

г) выраженное в процентах отношение выборочного среднего квадратического отклонения к выборочной средней.

29. Мода – это …

а) среднее арифметическое абсолютных отклонений; б) отношение выборочного квадратического к выборочной средней; в) варианта, имеющая наибольшую частоту. г) размах варьирования.

Ответы на типовые тестовые задания

Тема 1

№ вопроса	1	2	3	4	5	6
ответ	г	б	а	а	в	б

Тема 2

№ вопроса	7	8	9	10	11	12	13	14
ответ	г	г	б	б	а	а	б	б

Тема 3

№ вопроса	15	16	17
ответ	б	в	а

Тема 4

№ вопроса	18	19	20	21
ответ	б	в	а	а

Тема 5

№ вопроса	22	23
ответ	г	г

Тема 6

№ вопроса	24	25	26	27	28	29
ответ	б	б	г	а	г	в

Вопросы для контроля самостоятельной работы:

1) Предмет теории вероятностей. Случайное событие. Классификация событий.
2) Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определения вероятностей.
3) Элементы комбинаторики.
4) Действия над событиями.
5) Теоремы сложения и умножения вероятностей.

6) Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7) Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Формула Пуассона.
8) Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.
9) Наивероятнейшее число появления события в независимых испытаниях.
10) Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
11) Функция распределения дискретной случайной величины. Свойства функции распределения.
12) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание и его свойства.
13) Дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение.
14) Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности.
15) Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
16) Основные законы распределения дискретных случайных величин.
17) Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательный закон распределения.
18) Нормальный закон распределения, «правило трех сигм».
19) Закон больших чисел. Неравенство Маркова, неравенство Чебышева.
20) Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
21) Задачи математической статистики.
22) Основы выборочного метода.
23) Вариационные ряды и их графическое представление.
24) Характеристики вариационного ряда.

4.3 Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

4.3.1 Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПК – 4	умение обрабатывать и анализировать данные для подготовки аналитических решений, экспертных заключений и рекомендаций	ПК - 4.1	Умение применять методы теории вероятностей и математической статистики при обработке и анализе данных

4.3.2. Типовые оценочные средства

Типовые контрольные задания

1. Комбинации, содержащие все элементы множества, отличающиеся друг от друга лишь порядком следования различных элементов, называются
   а) сочетаниями;
   б) размещениями;
   в) размещениями с повторениями
   г) перестановками.
2. Рабочую группу в составе 2-х человек с одинаковыми обязанностями из 3-х работающих юристов можно сформировать таким числом способов:
   а) 2; б) 3; в) 6; г) 8.
3. Если наступление одного события не исключает появление другого, то такие события называются:
   а) совместными;
   б) зависимыми;
   в) несовместными;
   г) независимыми.
4. Вероятность достоверного события равна:
   а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) 2; г) 0.
5. В группе, состоящей из 7-и девушек и 9-и юношей, случайным образом назначается дежурный. Вероятность того, что будет назначена девушка равна:
   а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{1}{16}$; в) $\frac{7}{16}$; г) $\frac{7}{9}$.
6. Среди перечисленных событий достоверным является:
   а) выпадение четного числа на верхней грани игрального кубика;
   б) выпадение целого числа очков на верхней грани игрального кубика;
   в) делимость числа очков на верхней грани игрального кубика на 2;
   г) выпадение нечетного числа очков на верхней грани игрального кубика.

7. В урне 8 белых, 5 синих и 2 красных шара. Вероятность того, что вынутый шар будет синего или красного цвета равна:
   а) $\frac{13}{15}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{2}{45}$; г) $\frac{7}{15}$.
8. Если наступление одного события не изменяет вероятности появления другого, то такие события называются:
   а)совместными;
   б)зависимыми;
   в)несовместными;
   г)независимыми.
9. Вероятность совместного наступления двух независимых событий определяется как:

а) $P(A \cdot B) = P(A) + P(B)$;
б) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$;
в) $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) - P(A)$;
г) $P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A+B)$.

10. Опыт состоит в последовательном бросании двух монет. Среди перечисленных ниже пар событий укажите независимые:
а) выпадение герба на первой монете и выпадение хотя бы одной цифры;
б) выпадение герба на первой монете и выпадение герба на второй монете;
в) выпадение хотя бы одного герба и выпадение хотя бы одной цифры;
г) выпадение хотя бы одного герба и выпадение герба на второй монете.

11. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка – 0,5, а для второго – 0,7. Вероятность того, что оба стрелка попадут одновременно в мишень равна:
а) 0,35; б) 1,2; в) 0,12; г) $\frac{5}{7}$.

12. Сумма вероятностей событий A_1, A_2, …..A_n образующих полную группу, равна:
а) 1; б) 0; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{6}$

13. В ящике находятся 3 белых и 2 черных шара. Из ящика по очереди извлекаются два шара. Вероятность того, что первый из взятых шаров белый, а второй – черный равна:
а) $\frac{19}{25}$; б) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{6}{25}$; г) 1.

14. Формула полной вероятности имеет вид:
а) $P(A) = \frac{P_{H_i}(A)}{P(A)}$;
б) $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(\grave{A})$;
в) $P(A) = \frac{P(H_i) P_{H_i}(A)}{P(A)}$;
г) $P(A) = P(H_i) P_{H_i}(A)$.

15. Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Тогда вероятность того, что в срок не будут погашены три кредита, равна…. а) 0,0081 б)0,071 в)0,0091 г) 0,0060

16. Каково наивероятнейшее число годных деталей среди 15 проверенных отделом технического контроля, если вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,7? а) 9; б) 10;. в) 11,г) 12.

17. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,2. Наиболее вероятное число опоздавших среди 30 пассажиров равно:

а) 6; б) 3; в) 7; г) 5

18. Случайной величиной называется переменная величина, которая в зависимости от исходов испытания принимает то или иное значение:

а) Не зависящее от случая. б)Зависящее от случая.

19. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,2	0,1	0,3	p_4

Вероятность p_4 равна:

а) 0; б) 0,3; в) 0,4; г) 1.

20. Математическое ожидание дискретной случайной величины заданной рядом распределения

x_i	-2	1	3
p_i	0,2	0,5	0,3

равно:

а) 1; б) 2; в) 1,8; г) 0.

21. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	1	3	5	7
p_i	0,35	0,25	0,1	0,30

Тогда вероятность $P(1 \le X \le 5)$ равна:

а) 0,7 б) 0,35 в) 0,6 г) 0,25

22. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,05. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом отказов за время t окажется меньше 2.

а) P=0; б) P=1; в) P=0,5; г) P>0,88 .

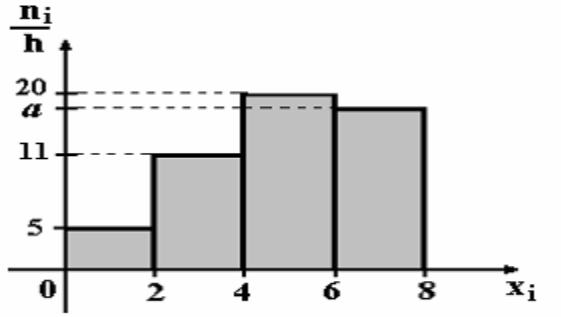
23. Длина изготовляемых изделий является случайной величиной, среднее значение которой равно 90 см, а дисперсия этой величины равна 0,0225. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что длина изделия выразится числом, заключенным между 89,7 и 90,3.

а) P=0; б) P=1; в) P=0.5; г) P>0,75.

24. Мода вариационного ряда 1,2,4,5,6,6,8 равна

а) 5 б) 6 в) 1 г) 8

25.По выборке объема n=100 построена гистограмма частот:



Тогда значение а равно:

а) 13 б) 64) в)14 г) 15

26.Выборочной называют совокупность:

а) случайно отобранных объектов; б) для статистического исследования; в) бесповторного отбора; г) объектов, специально отобранных для статистического исследования.

27.Путем наблюдения получены следующие 25 значений признака *X*:

0 4 2 0 5 1 1 3 0 2 2 4 3 2 3 3 0 4 5 13 1 5 2 0

Для данной выборки медиана *Me* равна: а) 3; б) 2; в) 1; г) 0.

28. Коэффициентом вариации называют:

а) коэффициент исправленной дисперсии; б) множитель в уравнении линии регрессии; в) среднее арифметическое абсолютных отклонений; г) выраженное в процентах отношение выборочного среднего квадратического отклонения к выборочной средней.

29. Мода – это …

а) среднее арифметическое абсолютных отклонений; б) отношение выборочного квадратического к выборочной средней; в) варианта, имеющая наибольшую частоту. г) размах варьирования.

Шкала оценивания: отлично, хорошо, удовлетворительно, нудовлетворительно.

Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования описание шкал оценивания.

Промежуточная аттестация по дисциплине экзамен проводится в письменной форме в виде тестирования.

Показатели, критерии и оценивание компетенций по этапам их формирования

Наименование темы	Код компетенции	Критерии оценивания	Оценка
1. Основные понятия ТВ. Случайные	ПК-4	Студент владеет знаниями, умениями и навыками в рамках дисциплины в полном объеме учебной программы, достаточно	

события. Вероятность. Элементы комбинаторики.		глубоко осмысливает дисциплину; знает определения, теоремы основных разделов ТВиМС; подходы к решению задач из основных разделов ТВиМС; умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделять в нем главное: устанавливать причинно-следственные связи; решает задачи повышенной сложности, хорошо знаком с основной литературой и методами исследования в объеме, необходимом для практической деятельности; увязывает теоретические аспекты предмета с практическими задачами; владеет знаниями основных принципов изучаемых наук; **способен выполнить более 85% тестовых заданий**	
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность	ПК-4		
3. Повторные независимые испытания.	ПК-4		
4. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения СВ.	ПК-4		**отлично**
5. Закон больших чисел и предельные теоремы	ПК-4	**способен выполнить не менее 65% тестовых заданий**	**хорошо**
6. Основы математической статистики. Генеральная совокупность и выборка. Вариационные ряды и их характеристики	ПК-4	**способен выполнить не менее 50% тестовых заданий.**	**удовлетворительно**
		Студент не освоил обязательного минимума знаний, умений и навыков в рамках дисциплины, **выполняет менее 50% тестовых заданий.**	**неудовлетворительно**

4.4. Методические материалы.

Изучение дисциплины завершается экзаменом (2 семестр), который проводится по всему её содержанию. В самом начале учебного курса желательно ознакомиться со следующей учебно-методической документацией:

- программой дисциплины;
- перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;
- тематическими планами лекций, практических занятий;
- контрольными мероприятиями;

– учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

Непосредственная подготовка к зачету осуществляется по вопросам, представленным в данной рабочей программе. Необходимо тщательно изучить формулировку каждого вопроса, вникнуть в его суть, желательно составить план ответа. Обычно план включает в себя:

— показ теоретической и практической значимости рассматриваемого вопроса;

— обзор освещения вопроса в истории;

— определение сущности рассматриваемого предмета;

— основные элементы содержания и структуры предмета рассмотрения;

— факторы, логику и перспективы эволюции предмета;

— показ роли и значения рассматриваемого материала для практической деятельности.

Необходимо отметить для себя пробелы в знаниях, которые следует ликвидировать в ходе подготовки, для чего возможно обратиться за консультацией к преподавателю.

В курсе «Теория вероятностей и математическая статистика» изучаются основы математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач в социологических исследованиях;

В связи с этим студенты должны хорошо представлять себе роль и значение вероятностных и статистических методов для решения практических задач; знать определения, теоремы основных разделов ТВиМС; подходы к решению задач из основных разделов Теории вероятностей и математической статистики.

В подавляющем большинстве студенты – это будущие социологи, аналитики, государственные и муниципальные служащие соответствующих отделов, менеджеры, чья деятельность связана с анализом данных различного типа. Поэтому студенты должны уметь применять методы математического анализа и моделирования социальных процессов, работать с математическими справочниками и ориентироваться в математическом аппарате, содержащемся в литературных источниках по специальности; использовать современные вероятностные методы исследований для решения профессиональных задач, самостоятельно обрабатывать, интерпретировать и представлять результаты научно- исследовательской и профессиональной деятельности по установленным формам; оценивать применимость средств формального представления для различных типов социально-экономических данных.

Обучение по дисциплине «ТВиМС» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекционные, практические и лабораторные занятия), а также самостоятельной работы студентов. При изучении дисциплины «ТВиМС» рекомендуется пользоваться контрольными вопросами к каждой

теме, программой курса, рекомендуемой основной и дополнительной литературой.

К каждой теме занятий студентам необходимо готовиться заранее. Для закрепления теоретического материала и получения практических навыков обучающиеся выполняют *домашние задания.* Выполнение домашних заданий призвано обратить внимание студентов на наиболее сложные, ключевые и дискуссионные аспекты изучаемой темы, помочь систематизировать и лучше усвоить пройденный материал.

Контроль самостоятельной работы студентов по выполнению домашних заданий осуществляется преподавателем с помощью выборочной и фронтальной проверок письменных и устных индивидуальных заданий на практических занятиях.

Консультации преподавателя для студентов проводятся в соответствии с утвержденным на кафедре графиком. Консультации могут быть индивидуальными или групповыми, проводиться в соответствующих аудиториях или в информационно-образовательной среде вуза.

Студент допускается к промежуточной аттестации по дисциплине в случае выполнения им учебного плана по дисциплине: выполнения всех заданий и мероприятий, предусмотренных программой дисциплины (по формам текущего контроля).

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Обучение по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений, навыков и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен готовиться к лекции, она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом;
- разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
- систематизирует учебный материал;
- ориентирует в учебном процессе.

Подготовка к лекции заключается в следующем:

- внимательно прочитайте материал предыдущей лекции;
- узнайте тему предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
- ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- постарайтесь уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке;

– запишите возможные вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

Подготовка к практическим занятиям:

– внимательно прочитайте материал лекций относящихся к данному семинарскому занятию, ознакомьтесь с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;

– выпишите основные термины;

– ответьте на контрольные вопросы по семинарским занятиям, готовьтесь дать развернутый ответ на каждый из вопросов;

– уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными и постарайтесь получить на них ответ заранее (до занятия) во время текущих консультаций преподавателя;

– готовиться можно индивидуально, парами или в составе малой группы, последние являются эффективными формами работы;

– рабочая программа дисциплины в части целей, перечню знаний, умений, терминов и учебных вопросов может быть использована вами в качестве ориентира в организации обучения.

Подготовка к экзамену. К экзамену необходимо готовится целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Попытки освоить дисциплину в период зачётно-экзаменационной сессии, как правило, показывают не слишком удовлетворительные результаты. В самом начале учебного курса познакомьтесь со следующей учебно-методической документацией:

– программой дисциплины;

– перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть;

– тематическими планами лекций, семинарских занятий;

– контрольными мероприятиями;

– учебником, учебными пособиями по дисциплине, а также электронными ресурсами;

После этого у вас должно сформироваться четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми надо будет овладеть по дисциплине.

Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

Сведения о наличии в библиотеке Филиала (основная литература)						
Данные об издании					Печатная форма (общее количество экземпляров в библиотеке Филиала) на 01 сентября 2017 г.	Ссылка на электронный ресурс (ЭБС филиала)
№ п/п	Автор	Название	Издательство	Год издания		
1	*Кремер, Н. Ш.*	Теория вероятностей: учебник и практикум для академического бакалавриата	М: Издательство Юрайт	2017		https://www.biblio-online.ru/book/6052874A-FA4D-4581-911F-7698CB974AD4
2	*Кремер, Н. Ш.*	Математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата	М: Издательство Юрайт	2017		https://www.biblio-online.ru/book/065BFDFB-BF4E-4667-921D-EA3D5DFA6FAC

6.2. Дополнительная литература

Сведения о наличии в библиотеке Филиала (дополнительная литература)						
Данные об издании					Печатная форма (общее количество экземпляров в библиотеке Филиала) на 01 сентября 2017 г.	Ссылка на электронный ресурс (ЭБС филиала)
№ п/п	Автор	Название	Издательство	Год издания		
1	Кремер Н.Ш.	Теория вероятностей и математическая статистика	ЮНИТИ-ДАНА	2000, 2004, 2009	100	
2	Под ред. А.Г. Филонова	Практикум по математике: часть 2: учебно-методическое пособие	Изд-во ОРАГС	2010	103	
3	Кремер Н.Ш.	Теория вероятностей и математическая статистика 4-е изд., пер. и доп.	М: Издательство Юрайт	2015		http://www.biblio-online.ru/thematic/?6&id=urait.content.91BA66CC-FD05-4E65-94A5-

		Учебник и практикум для академического бакалавриата				04EF111DCD9A&type=c_pub
4	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика 12-е изд.	М: Издательство Юрайт	2016		http://www.biblio-online.ru/thematic/?8&id=urait.content.CC12815A-568B-4A42-8FE2-BC6F4D82ACB4&type=c_pub
5	Гмурман В.Е.	Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике 11-е изд., пер. и доп.	Юрайт М: Издательство Юрайт	2016		http://www.biblio-online.ru/thematic/?9&id=urait.content.12A6BE84-CE64-4474-A708-02D4FE6D4E33&typ,,,e=c_pub

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Ю.Н. Толстова. Математико-статистические модели в социологии, 2-е издание, (2008). ГУ ВШЭ.
2. Ю. Толстова, А. Куликова, А. Рыжова, Г. Юдин. Математическая статистика для социологов. За- дачник (2010). ГУ ВШЭ.
3. Г. Ивченко, Ю. Медведев. Математическая статистика: Учебник. — М.: Книжный дом. «ЛИБ- РОКОМ», 2014.
4. Ивченко Г.И., Медведев И.Ю., Чистяков А.В. «Сборник задач по математической статистике», 2014.
5. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD – математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.
6. Плис А.И., Сливина Н.А. практикум по прикладной статистике в среде SPSS.Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 288 с.

6.4. Интернет-ресурсы

1. http://mon.gov.ru/ - официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации
2. Официальный портал СИУ РАНХиГС. URL: orel.ranepa.ru.
3. URL: orel-ranepa.ru Электронная информационная образовательная среда на платформе Moodle
4. http://elibrary.ru/ - Научная электронная библиотека.
5. http://www.school.edu.ru/ - Российский общеобразовательный портал. www.e.lanbook.com – Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система.
6. www.biblio-online.ru – Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ.
7. www.rsl.ru – Российская Государственная Библиотека.
8. www.nnir.ru – Российская национальная библиотека.

9. www.nns.ru – Национальная электронная библиотека.
10. www.rsi.ru – Российская государственная библиотека.
11. www.aport.ru – Поисковая система
12. www.rambler.ru – Поисковая система
13. www.yandex.ru – Поисковая система.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническая база

Вид помещения	Оборудование
Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран
Учебные аудитории для проведения занятий практического (семинарского) типа и/или лабораторных работ (практикумов)	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС
Учебные аудитории для текущего контроля и промежуточной аттестации	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС
Помещения для самостоятельной работы	Комплекты ученической мебели Мультимедийный проектор Доска Экран Компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и ЭИОС СИУ РАНХиГС

Перечень программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение и тип лицензии программного обеспечения
7-Zip	Архиватор с высокой степенью сжатия Свободная лицензия
Adobe reader – Russian	Просмотр, печать и внесение аннотаций в документы PDF. Свободная лицензия
Adobe Acrobat Reader DC– Russian	Чтение, печать и рецензирование файлов PDF. Свободная лицензия
Expert Decide (собственная разработка)	Система авторами отнесена к классу систем поддержки принятия решений (СППР). Свободная лицензия
Google Chrome	Браузер Свободная лицензия
Mozilla FireFox	Браузер. Свободная лицензия
Opera	Браузер. Свободная лицензия

Word Tabulator	Предназначена для анализа текстов в среде MS Windows. Свободная лицензия
Yandex Браузер	Браузер Свободная лицензия
Apache Open Office	Свободный пакет офисных приложений. Свободная лицензия
SPSS Statistics 22 for Windows	Компьютерная программа для статистической обработки данных, предназначенных для проведения прикладных исследований в социальных науках. Лицензированная версия
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Антивирус – Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition. 250499 Node 2 year Educational Renewal License – лицензия до 2018-01-03 Лицензированная версия
Windows XP Professional Windows 7 Professional Windows 8 Pro Windows 8.1 Pro	Операционные системы. Лицензированная версия
Office Professional Plus 2007 (Access 2007, Communicator 2007, Excel 2007, InfoPath 2007, Outlook 2007, PowerPoint 2007, Publisher 2007, Word 2007) Office Professional Plus 2010 (Microsoft Excel 2010, Microsoft Outlook 2010, Microsoft PowerPoint 2010, Microsoft Word 2010, Microsoft Access 2010, Microsoft InfoPath 2010, Microsoft Communicator, Microsoft Publisher 2010, Microsoft OneNote 2010, Microsoft SharePoint Workspace 2010) Office Standard 2007 Word 2007, Excel 2007, PowerPoint 2007, Outlook 2007) Office Standard 2010 Word 2010, Excel 2010, PowerPoint 2010, OneNote 2010, Outlook 2010, Publisher 2010) Office Standard 2013 (Microsoft Office Word 2013,	Пакет офисных приложений. Лицензированная версия

Microsoft Excel 2013, Microsoft PowerPoint 2013, Microsoft OneNote 2013, Microsoft Publisher 2013, Microsoft Outlook 2013)	
СПС Консультант Плюс	Справочно-правовая система. Лицензированная версия.